Rápida solución de integrales de Mellin-Barnes derivadas de diagramas de Feynman

Iván González†
Universidad de Valparaíso
†ivan.gonzalez@uv.cl

Introducción

El Método de Brackets [1] es una técnica que permite evaluar integrales definidas multidimensionales en el intervalo $[0,\infty[$, en este trabajo se extiende esta técnica para evaluar representaciones de Mellin-Barnes. La estructura univariable de estas representaciones integrales está dada por la siguiente expresión:

$$I\left(x\right)=\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{-i\infty}^{i\infty}x^{-s}\Gamma\left(\alpha+\beta s\right)\frac{\prod\limits_{j=1}^{M}\Gamma(a_j+A_j s)}{\prod\limits_{j=1}^{N}\Gamma(b_j+B_j s)}\frac{\prod\limits_{j=1}^{P}\Gamma(c_j-C_j s)}{\prod\limits_{j=1}^{Q}\Gamma(d_j-D_j s)}\;ds \tag{1}$$

dichas integrales en su versión multivariable aparecen en la evaluación de diagramas de Feynman, en este trabajo se demostrará que el Método de Brackets puede extenderse a evaluar este tipo de problemas.

Formalismo

La fórmula esencial de esta propuesta está referida a la siguiente regla de integración [2]:

$$\int_{-i\infty}^{i\infty}F\left(s\right)\left\langle\alpha+\beta s\right\rangle\;ds=\frac{2\pi i}{|\beta|}F\left(-\frac{\alpha}{\beta}\right)$$

y al hecho que las funciones Gamma del numerador de Ec. (1) pueden reemplazarse por su respectiva serie de brackets, esto es:

$$\Gamma\left(\alpha\right)=\sum_{n\geq0}\phi_n\left\langle\alpha+n\right\rangle$$

El resultado final del procedimiento es la serie de brackets de la integral en Ec. (1), de aquí en adelante se aplica MoB convencional [1] para hallar la solución de la integral. Este procedimiento ha demostrado ser simple y eficiente a la hora de evaluar este tipo de integrales, dada las características altamente sistemáticas y algorítmicas de MoB.

Referencias

[1] I. Gonzalez and V. Moll, Definite integrals by method of brackets. Part 1, Advances in Applied Mathematics, Vol. 45, Issue 1, 50-73 (2010).

[2] I. Gonzalez, I. Kondrashuk, V.H. Moll and L. Recabarren, Mellin-Barnes integrals and the method of brackets, Eur. Phys. J. C (2022) 82:28.