

Estudio sobre sistemas acoplados periódicos no lineales

Gustavo Adriaola^{1*}, Iván González^{1†}

¹Universidad de Valparaíso

*gustavo.adriaola@alumnos.uv.cl, †ivan.gonzalez@uv.cl

Introducción

Los sistemas acoplados se presentan en muchas ramas de la física, ofreciendo una gran gama de características que dependen tanto de las propiedades de los sistemas independientes, como de las propias características de acoplamiento. En este trabajo trataremos sistemas acoplados no lineales de dos grados de libertad y propondremos un procedimiento genérico para hallar una solución en términos de una serie de potencias en el tiempo t . Este problema es resuelto mediante una técnica que combina el método de series de potencias, la transformada de Mellin y la técnica de integración denominada Método de Brackets (MoB)[1,2]. Este procedimiento es extensible a un sistema de N ecuaciones diferenciales no lineales con condiciones iniciales.

Formalismo

Para ejemplificar este procedimiento trataremos el caso de un péndulo simple acoplado a un resorte de constante elástica k . Las ecuaciones no lineales de movimiento de dicho sistema son las siguientes:

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{l} \sin \theta = -\frac{\dot{x}}{l} \cos \theta$$

$$\ddot{x} + \frac{k}{m}(x - x_0)\dot{x} = l(\ddot{\theta} \cos \theta - \dot{\theta}^2 \sin \theta)$$

Supondremos que las variables dependientes tienen las siguientes representaciones en serie de potencias:

$$x(t) = \sum_{k \geq 0} \phi_k \mathbf{X}(k) t^k \quad \text{y} \quad \theta(t) = \sum_{k \geq 0} \phi_k \mathbf{T}(k) t^k$$

siendo $\phi_k = \frac{(-1)^k}{\Gamma(k+1)}$. Luego, haciendo los reemplazos correspondientes en las ecuaciones de movimiento, se aplica la transformada de Mellin y posteriormente MoB para integrarla, el resultado del proceso es un set de ecuaciones de recurrencia que permiten hallar finalmente los coeficientes $\mathbf{X}(k)$ y $\mathbf{T}(k)$ que determinan a orden k la aproximación analítica del sistema.

Referencias

[1] I. Gonzalez and V. Moll, Definite integrals by method of brackets. Part 1, *Advances in Applied Mathematics*, Vol. 45, Issue 1, 50-73 (2010).

[2] I. Gonzalez, V. Moll and A. Straub, The method of brackets. Part 2: examples and applications, *Contemporary Mathematics, Gems in Experimental Mathematics*, Volume 517, 157-171 (2010).