

Presentación de una eficiente técnica de integración multivariable

Fabiano Rossi^{1*}, Iván González^{1†}

¹Universidad de Valparaíso

*fabiano.rossi@alumnos.uv.cl, †ivan.gonzalez@uv.cl

Introducción

El Método de Brackets (MoB) [1,2] es un potente e innovador método heurístico de integración capaz de evaluar una gran variedad de integrales multivariables en el intervalo de integración $[0, \infty[$. MoB es una técnica de integración obtenida de forma heurística a partir de la definición integral de la función Gamma. A manera de motivación, MoB se puede resumir como un procedimiento que transforma una integral múltiple a otra estructura matemática, una serie múltiple denominada Serie de Brackets. La solución de esta particular serie se obtiene a través de la resolución de un sistema de ecuaciones lineales generado por el procedimiento, se ha reemplazado el Cálculo por Álgebra Lineal elemental.

Formalismo

La estructura fundamental del método es el "bracket", que por definición corresponde a la siguiente integral divergente: $\langle \alpha \rangle \equiv \int_0^{\infty} x^{\alpha-1} dx$. A partir de esta se establecen las siguientes reglas relevantes:

$$\sum_{n \geq 0} \phi_n \mathcal{F}(n) \langle \alpha n + \beta \rangle = \frac{1}{|\alpha|} \Gamma\left(\frac{\beta}{\alpha}\right) \mathcal{F}\left(-\frac{\beta}{\alpha}\right) \quad (\text{Regla de sumación})$$

$$\int_0^{\infty} f(x) dx = \frac{1}{|\alpha|} \Gamma\left(\frac{\beta}{\alpha}\right) \mathcal{F}\left(-\frac{\beta}{\alpha}\right) \quad (\text{Regla de integración})$$

esta última supone que $f(x)$ posee la serie de potencias: $f(x) = \sum_{n \geq 0} \phi_n \mathcal{F}(n) x^{\alpha n + \beta - 1}$. En resumen:

- MoB resuelve N integrales múltiples de manera simultánea. Convencionalmente se evalúan N integrales iteradamente.
- MoB no requiere herramientas de cálculo avanzado, solo elementos básicos de álgebra lineal.
- MoB se basa en reglas y procedimientos sistemáticos, un algoritmo. Estas características hacen que esta técnica sea altamente automatizable.

Se mostrarán diversos ejemplos para mostrar la simplicidad y eficiencia de MoB.

Referencias

[1] I. Gonzalez and V. Moll, Definite integrals by method of brackets. Part 1, Advances in Applied Mathematics, Vol. 45, Issue 1, 50-73 (2010).

[2] I. Gonzalez, V. Moll and A. Straub, The method of brackets. Part 2: examples and applications, Contemporary Mathematics, Gems in Experimental Mathematics, Volume 517, 157-171 (2010).