

# Presentación de una eficiente técnica de integración multivariable

Fabiano Rossi<sup>1\*</sup>, Iván González<sup>1†</sup>

<sup>1</sup>Universidad de Valparaíso

\*fabiano.rossi@alumnos.uv.cl, †ivan.gonzalez@uv.cl

## Introducción

El Método de Brackets (MoB) [1,2] es un potente e innovador método heurístico de integración capaz de evaluar una gran variedad de integrales multivariables en el intervalo de integración  $[0, \infty[$ . MoB es una técnica de integración obtenida de forma heurística a partir de la definición integral de la función Gamma. A manera de motivación, MoB se puede resumir como un procedimiento que transforma una integral múltiple a otra estructura matemática, una serie múltiple denominada Serie de Brackets. La solución de esta particular serie se obtiene a través de la resolución de un sistema de ecuaciones lineales generado por el procedimiento, se ha reemplazado el Cálculo por Álgebra Lineal elemental.

## Formalismo

La estructura fundamental del método es el "bracket", que por definición corresponde a la siguiente integral divergente:  $\langle \alpha \rangle \equiv \int_0^{\infty} x^{\alpha-1} dx$ . A partir de esta se establecen las siguientes reglas relevantes:

$$\sum_{n \geq 0} \phi_n \mathcal{F}(n) \langle \alpha n + \beta \rangle = \frac{1}{|\alpha|} \Gamma\left(\frac{\beta}{\alpha}\right) \mathcal{F}\left(-\frac{\beta}{\alpha}\right) \quad (\text{Regla de sumación})$$

$$\int_0^{\infty} f(x) dx = \frac{1}{|\alpha|} \Gamma\left(\frac{\beta}{\alpha}\right) \mathcal{F}\left(-\frac{\beta}{\alpha}\right) \quad (\text{Regla de integración})$$

esta última supone que  $f(x)$  posee la serie de potencias:  $f(x) = \sum_{n \geq 0} \phi_n \mathcal{F}(n) x^{\alpha n + \beta - 1}$ . En resumen:

- MoB resuelve N integrales múltiples de manera simultánea. Convencionalmente se evalúan N integrales iteradamente.
- MoB no requiere herramientas de cálculo avanzado, solo elementos básicos de álgebra lineal.
- MoB se basa en reglas y procedimientos sistemáticos, un algoritmo. Estas características hacen que esta técnica sea altamente automatizable.

Se mostrarán diversos ejemplos para mostrar la simplicidad y eficiencia de MoB.

## Referencias

[1] I. Gonzalez and V. Moll, Definite integrals by method of brackets. Part 1, *Advances in Applied Mathematics*, Vol. 45, Issue 1, 50-73 (2010).

[2] I. Gonzalez, V. Moll and A. Straub, The method of brackets. Part 2: examples and applications, *Contemporary Mathematics, Gems in Experimental Mathematics*, Volume 517, 157-171 (2010).