Las mil y una representaciones en serie de potencias de una función en torno a cero

Alonso Guerrero[1*], Iván González[1†]
[1]Universidad de Valparaíso
*alonso.guerrero@alumnos.uv.cl, †ivan.gonzalez@uv.cl

Introducción

Gran parte de las funciones pueden ser representadas por series de McLaurin, mientras que otro gran número de ellas no parecen ser aptas para tener dichas representaciones al ser singulares en el origen (o en infinito). En este trabajo demostramos que en el contexto del Método de Brackets (MoB) [1], cualquier función arbitraria puede tener una cantidad infinita de representaciones en serie de potencias en torno a cero (o en torno a infinito) [2], tal que su integración con MoB no depende de la representación en serie que escojamos. Con este procedimiento es posible obtener series de McLaurin de funciones independiente si son o no son singulares en cero (o infinito), característica útil para aplicar MoB a la hora de integrar.

Formalismo

Sea una función $f(x)$ arbitraria de la cual no conocemos su serie de potencias pero si se conoce su transformada de Mellin, esto es:

$$\mathbf{M}(s) = \int_0^\infty x^{s-1} f(x)\, dx$$

entonces, dada la transformada $M(s)$ de $f(x)$, la representación en serie más general posible para $f(x)$ está dada por la siguiente fórmula:

$$f(x) = |\alpha| \sum_{n\geq 0} \phi_n \left[\frac{\mathbf{M}(-\alpha n-\beta)}{\Gamma(-n)}\right] x^{\alpha n+\beta}$$

donde α y β son parámetros arbitrarios y elegidos a conveniencia. Ahora un simple ejemplo, las infinitas series de Mclaurin de la función e^{-x} están descritas por la siguiente fórmula:

$$e^{-x} = |\alpha| \sum_{n\geq 0} \phi_n \frac{\mathbf{\Gamma}(-\alpha n-\beta)}{\Gamma(-n)} x^{\alpha n+\beta}$$

En este trabajo haremos aplicación de esta idea para evaluar integrales de diversa complejidad.

Referencias

[1] I. Gonzalez and V. Moll, Definite integrals by method of brackets. Part 1, Advances in Applied Mathematics, Vol. 45, Issue 1, 50-73 (2010).

[2] Gonzalez, I., Jiu, L. & Moll, V. An extension of the method of brackets. Part 2. Open Mathematics, 18(1), 983-995 (2020).