

Estudio de series de tiempo caóticas y Brownianas

Maximiliano Bernal Santibañez^{1*}, Denisse Pastén^{2†}

¹Departamento de Física, Facultad de Ciencias, Universidad de Chile, Santiago, Chile.

*maximiliano.bernal@ug.uchile.cl

Introducción

Una red compleja consiste en nodos conectados entre ellos. Estas redes pueden tener distintas configuraciones y se pueden utilizar para estudiar una gran variedad de sistemas. En este trabajo se estudiarán distintas series de tiempo, las que serán mapeadas a grafos usando el algoritmo de visibilidad (VG) [1]. Primero se estudiará una serie caótica mediante el grafo de visibilidad (atractor de Ikeda), luego se usarán los grafos de visibilidad para el estudio y caracterización de un movimiento Browniano. Éste consiste en una serie de fluctuaciones irregulares producidas por el movimiento de pequeños granos de tamaño pequeño o partículas de forma coloidal inmersas en un fluido. Este movimiento perpetuo de las partículas Brownianas es mantenido debido a fluctuaciones en las colisiones de las partículas alrededor del fluido [2,3]. Específicamente se estudiarán la serie caótica del atractor de Ikeda, y un movimiento Browniano que recibe ruido de semillas aleatorias desde una distribución normal.

Resultados

Se aplicó el algoritmo de grafos de visibilidad a 50 000 datos del atractor de Ikeda, para caracterizar esta serie de tiempo usando VG. En la Figura 1a) se encuentra el atractor de Ikeda, y en la Figura 1b) se muestra la distribución de probabilidad de grado de los nodos para este atractor.

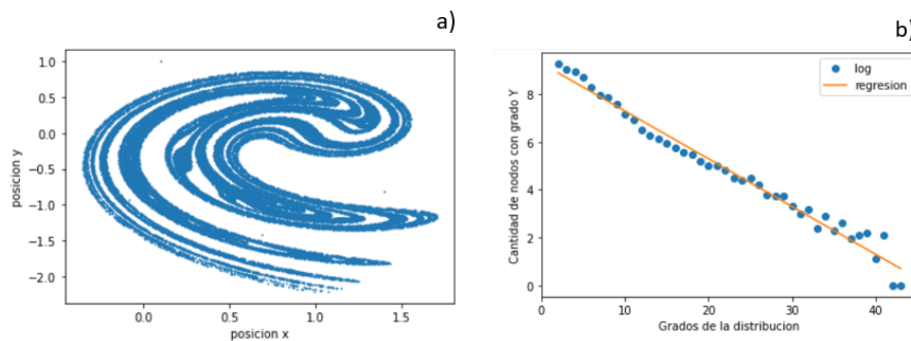


Figura 1: a) Datos del atractor de Ikeda en es espacio. b) Distribución de probabilidad de grado de los nodos para el conjunto de datos del atractor de Ikeda.

Además se aplicó este algoritmo a un movimiento Browniano que interactúa con un ruido que tiene semilla en una distribución normal. Para ello se usaron 4 000 datos y se aplicó a 3

movimientos Brownianos distintos una condición inicial 2, obteniendo como ejemplo la Figura 2a).

En la Figura 2b) se visualiza la regresión lineal hecha para la probabilidad de la distribución de grado de uno de los movimientos Browniano modelados en semi-log. Cabe recordar que las series de tiempo de los movimiento Brownianos sólo coinciden con su condición inicial.

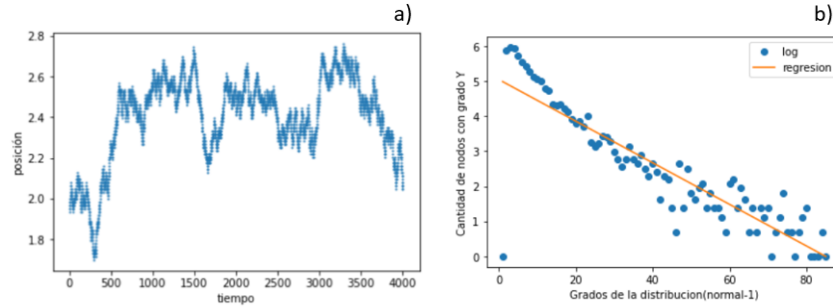


Figura 2: a) *Movimiento Browniano usando una distribución normal.* b) *Distribución de probabilidad de grado para movimiento Browniano.*

En ambos casos las distribuciones de probabilidad corresponden a distribuciones exponenciales, mostrando un comportamiento de correlaciones de corto alcance. Además, se ha calculado la pendiente de cada distribución de probabilidad, obteniendo los resultados que se muestran en la Tabla I.

Distribución	Pendiente	Intercepto
Ikeda	$-0.1994 \pm 1.6 \times 10^{-4}$	9.2 ± 0.1
Distribución normal 1	$-0.05951 \pm 1,95 \times 10^{-5}$	5.05 ± 0.04
Distribución normal 2	$-0.05054 \pm 1,95 \times 10^{-5}$	4.89 ± 0.04
Distribución normal 3	$-0.06498 \pm 3,08 \times 10^{-5}$	5.23 ± 0.05

De esta manera se han caracterizado estas series de tiempo utilizando el método de VG. El trabajo continua ya que aún se deben utilizar otros criterios para verificar si estas series de tiempo son caóticas o estocásticas [5].

Agradecimientos: Los autores agradecen al Departamento de Física de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Chile.

Referencias

- [1] Lacasa, L., Luque, B., Luque, J., Nuno, J. C. (2009). The visibility graph: A new method for estimating the Hurst exponent of fractional Brownian motion. EPL (Europhysics Letters), 86(3), 30001.
- [2] Chandrasekhar, S. (1943). Stochastic problems in physics and astronomy. Reviews of modern physics, 15(1), 1.
- [3] Martín, F. A., Pastén, D. (2022). Complex Networks and the b-Value Relationship Using the Degree Probability Distribution: The Case of Three Mega-Earthquakes in Chile in the Last

Decade. Entropy, 24(3), 337.

[4]Pastén, D., Muñoz, V., Cisternas, A., Rogan, J., Valdivia, J. A. (2011). Monofractal and multifractal analysis of the spatial distribution of earthquakes in the central zone of Chile. Physical Review E, 84(6), 066123.

[5]Lacasa, L., Toral, R. (2010). Description of stochastic and chaotic series using visibility graphs. Physical Review E, 82(3), 036120.