

Aplicación de un modelo no-extensivo generalizado a la distribución de frecuencias de magnitudes pre y post terremoto de Coquimbo 2015

Ewin Sánchez^{1,2*}

¹Instituto de Investigación Multidisciplinar en Ciencia y Tecnología, Universidad de la Serena.

²Departamento de Física, Universidad de La Serena.

*esanchez@userena.cl

1. Introducción

Recientemente se ha publicado en [1] un nuevo modelo que ha permitido extender los alcances que presentan algunas de las distribuciones más conocidas en la actual literatura, referente a la estadística sísmica no-extensiva. Su ventaja radica en que sus parámetros de ajuste se pueden conectar con otros parámetros de gran relevancia proporcionados por modelos utilizados ampliamente hasta el día de hoy. A saber, el parámetro b_{GR} de Gutenberg-Richter [2], el exponente δ de escalamiento entre la energía liberada y el tamaño de los fragmentos de material inter-placa que intercatúa durante la actividad sísmica [3], el parámetro q de no-extensividad que caracteriza a la estadística de Tsallis [4] y el parámetro β , relacionado a la temperatura tectónica, definida cuando la sismología es vista como un fenómeno crítico [5]. Todos ellos pueden ser obtenidos por el nuevo modelo propuesto. Una aplicación a 240 conjuntos de muestras de datos, la mitad de éstas conteniendo la frecuencia de magnitudes sísmicas mes a mes para la zona norte, y la otra mitad, para la zona central de Chile, durante un periodo de tiempo de 10 años, a partir de enero 2011 fue analizada, encontrándose notables diferencias entre los valores de ajuste para el periodo anterior al fuerte terremoto de 2015 de magnitud 8.4Mw, y el periodo posterior a dicho evento. En base a las interpretaciones conocidas de los mencionados parámetros, es posible sugerir que posterior a este terremoto se ha experimentado una transición hacia un estado de mayor estabilidad sísmica.

2. Desarrollo

2.1. El modelo

No debe sorprender la aparición regular de varios modelos para explicar las distribuciones de magnitud, momento o energía (todos ellos relacionados entre sí) en los terremotos, debido a la complejidad que subyace en este tipo de sistemas. El modelo presentado en [1] fue elaborado a partir de

$$g(E|\beta) = \frac{\delta\beta^\gamma}{\Gamma(\gamma/\delta)} E^{\gamma-1} e^{-\beta^\delta E^\delta}, \quad (1)$$

la cual es una forma extendida de la distribución de la energía liberada en los terremotos propuesta en [6] y que se obtiene con $\delta = 1$, donde una temperatura tectónica T_T está relacionada con su energía promedio, definida como $T_T = \langle E \rangle / k_T$ (k_T es una constante adecuada). Así, (1) puede verse como una proposición, dada la complejidad del fenómeno y la información actualizada contenida en los diferentes modelos propuestos. Además, se tomó una distribución Gamma más general para la marginal del parámetro de interés β , es decir,

$$f(\beta|I) = \frac{\delta b^{\rho/\delta}}{\Gamma(\rho/\delta)} \beta^{\rho-1} e^{-b\beta^\delta}. \quad (2)$$

A la luz de toda la información considerada, el proceso de marginación correspondiente resulta en

$$p(E|I) = \int p(E, \beta|I) d\beta, \quad (3)$$

que explícitamente es,

$$p(E|I) = \frac{\delta \Gamma\left(\frac{\gamma + \rho}{\delta}\right) E^{\gamma-1} \left[1 + \frac{E^\delta}{b}\right]^{-\left(\frac{\gamma + \rho}{\delta}\right)}}{b^{\gamma/\delta} \Gamma\left(\frac{\gamma}{\delta}\right) \Gamma\left(\frac{\rho}{\delta}\right)}. \quad (4)$$

2.2. Aspectos relevantes

2.2.1. Con $\gamma = \delta$ pueden surgir como casos particulares algunos modelos no extensivos bien conocidos, vale decir, con

$$p(E) = \frac{\rho}{b} E^{\delta-1} \left[1 + \frac{E^\delta}{b}\right]^{-\frac{\delta + \rho}{\delta}}, \quad (5)$$

donde para $\delta = 2$ y $\delta = 2/3$ se obtienen los modelos propuestos en [3] y [7] respectivamente. Inmediatamente se puede verificar que para $1/b = (q - 1)\beta_0$ y $1 + \rho/\delta = (q-1)^{-1}$ se obtiene la estadística no extensiva de Tsallis cuando $\delta = 1$. Por lo tanto, tenemos que

$$q^* = \frac{2\delta + \rho}{\delta + \rho} \quad (6)$$

podría verse como un parámetro no extensivo generalizado, donde $1 < q^* < 2$.

2.2.2. La forma (5) es compatible con la suposición de que $E \propto \sigma^{1/\delta}$. Este es un punto importante, porque a diferencia de los modelos [3] y [7], aquí el escalamiento entre la energía E y el tamaño σ de los fragmentos inter-placas está determinada por un parámetro no fijado de antemano. Esto permite que sean los propios datos quienes establezcan el valor adecuado a través del ajuste correspondiente. Además, para $m \propto \log E$ (m : magnitud sísmica), la distribución acumulada frecuencia-magnitud para terremotos con una magnitud inferior a m es

$$F(m) = \left(1 + \frac{10^{m\delta}}{b}\right)^{-\frac{\rho}{\delta}}. \quad (7)$$

2.2.3. Una vez realizado el ajuste de la curva, los parámetros obtenidos nos permiten evaluar el valor esperado $\langle \beta \rangle$, asociado a (2) y relacionado con el término de temperatura tectónica,

$$\langle \beta \rangle = b^{-\frac{1}{\delta}} \frac{\Gamma\left(\frac{\rho + 1}{\delta}\right)}{\Gamma\left(\frac{\rho}{\delta}\right)}, \quad (8)$$

con varianza

$$\sigma = b^{-\frac{2}{\delta}} \frac{\Gamma\left(\frac{\rho + 2}{\delta}\right) \Gamma\left(\frac{\rho}{\delta}\right) - \Gamma\left(\frac{\rho + 1}{\delta}\right)^2}{\left(\Gamma\left(\frac{\rho}{\delta}\right)\right)^2} \quad (9)$$

Entonces, tenemos que la varianza relativa ω para las fluctuaciones de β es

$$\omega = \frac{\langle \beta^2 \rangle - \langle \beta \rangle^2}{\langle \beta \rangle^2} = \frac{\Gamma\left(\frac{\rho+2}{\delta}\right) \Gamma\left(\frac{\rho}{\delta}\right)}{\Gamma^2\left(\frac{\rho+1}{\delta}\right)} - 1. \quad (10)$$

Así, para $\omega = 0$,

$$p(E|I) = \int g(E|\beta) \delta(\beta - \beta_0) d\beta \quad (11)$$

2.3. Aplicación

Las magnitudes sísmicas (M_L y M_W) registradas mes a mes en las zonas norte y centro de Chile, de enero de 2011 a diciembre de 2020 fueron tomadas íntegramente del catálogo del Centro Sismológico Nacional (CSN). Los límites geográficos se eligieron entre las latitudes 18°S y 27°S para la zona norte y entre las latitudes 27°S y 37°S para la zona central.

2.3.1. Resultados

Tal como el parámetro ρ está asociado al parámetro b_{GR} de Gutenberg-Richter, de acuerdo a [1], la relación $b_{SP}=2(2-q)/(q-1)$ permite afirmar que $b_{SP} = b_{GR}$ de acuerdo a [3]. Por lo tanto, se podría creer que existe una fuerte relación entre ρ y b_{SP} , lo que no es posible asegurar puesto que el parámetro adicional δ podría verse como un factor de desviación. Sin embargo, la evolución mes a mes, para ρ (obtenido con la Eq. (7)) y b_{SP} (obtenido con el modelo propuesto en [3]), muestra un comportamiento similar tanto en la zona norte como en la central y, en general, los valores de b_{SP} son solo ligeramente mayores que los de ρ , como se puede observar en la Fig. 1.

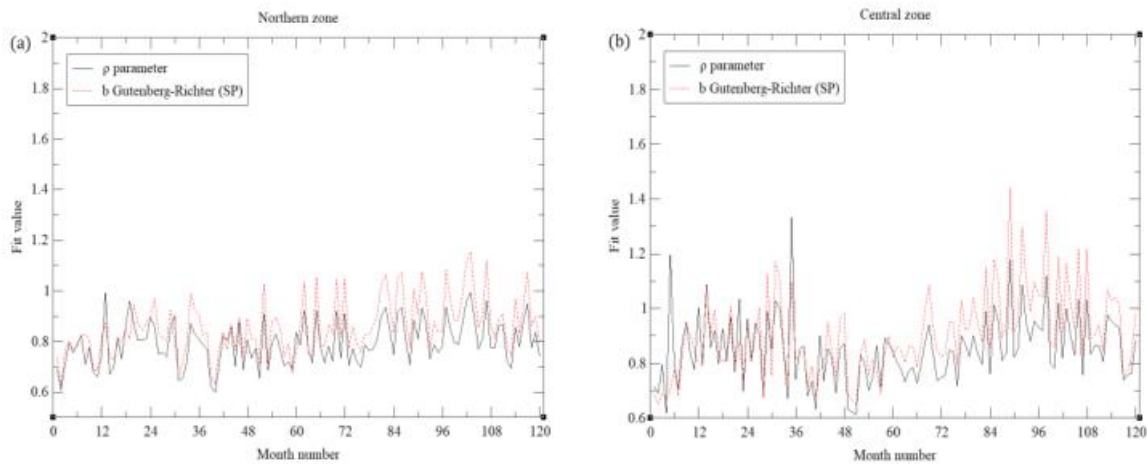


Fig. 1: Evolución de ρ y b_{SP} obtenidos sobre cada muestra mensual de datos, desde 2011 hasta 2020 para las zonas (a) norte y (b) central.

Resulta interesante determinar, a través del ajuste, en qué medida se desvía δ de los valores propuestos en [3] y [7], vale decir, de $\delta_{SP}=2$ y $\delta_{SFVA}=0.66$ respectivamente. La figura 2 muestra la evolución del valor de ajuste de δ mes a mes. A primera vista, tanto para la zona norte como

para la central, estos valores aumentan en el tiempo, y las fuertes fluctuaciones se hacen menos frecuentes a partir del mes 60, aproximadamente, luego del fuerte sismo de 8.4Mw (ocurrido en la región de Coquimbo el 16 de septiembre de 2015 con epicentro en 31.535°S, 71.919°W).

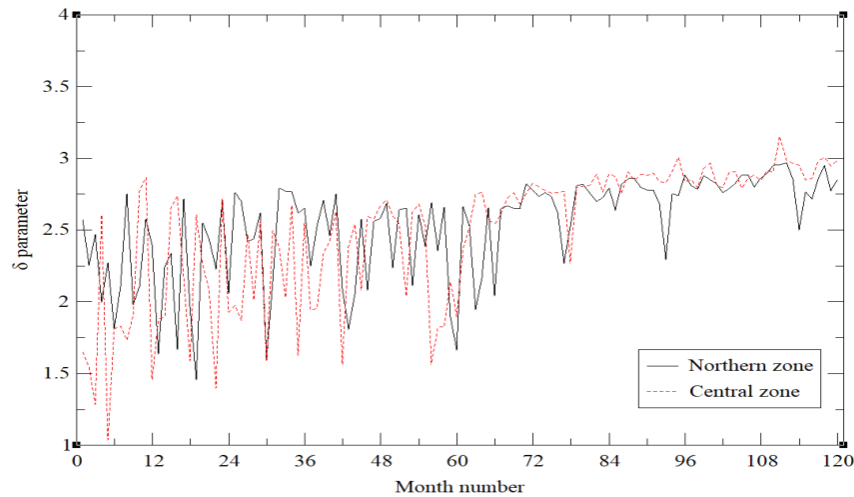


Fig. 2: Evolución del parámetro δ obtenido con la Eq. (7) sobre cada muestra mensual de datos, desde 2011 hasta 2020.

La Fig. 3 muestra que q^* presenta valores superiores a q_{SP} . Asimismo, se puede observar que a partir del mes 60, aproximadamente, q^* y q_{SP} fluctúan dentro de intervalos característicos para cada uno, a diferencia de lo que sucede antes de ese mes, donde las fluctuaciones se concentran aproximadamente dentro de un intervalo común.

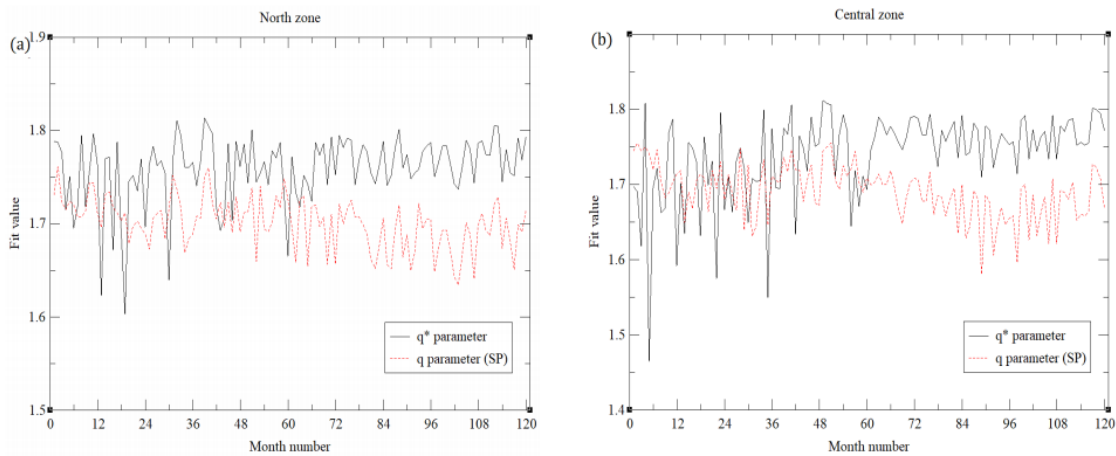


Fig. 3: Evolución de q^* obtenido con la Eq. (6) sobre cada muestra mensual de datos, desde 2011 hasta 2020.

Por otro lado, al observar la Fig. 4 tenemos que entre el mes 1 y el 60 (es decir, del año 2011 al 2015) aproximadamente, el promedio mensual de magnitudes fluctúa dentro de un intervalo de valores altos de magnitud, donde a su vez, se observan valores altos en la varianza relativa. Además, tenemos un período más estable entre el mes 85 y el 120 (es decir, de 2018 a 2020)

aproximadamente, donde el promedio mensual de magnitudes fluctúa dentro de un intervalo con valores de magnitud más bajos y, al mismo tiempo, se observan valores más bajos de la varianza relativa.

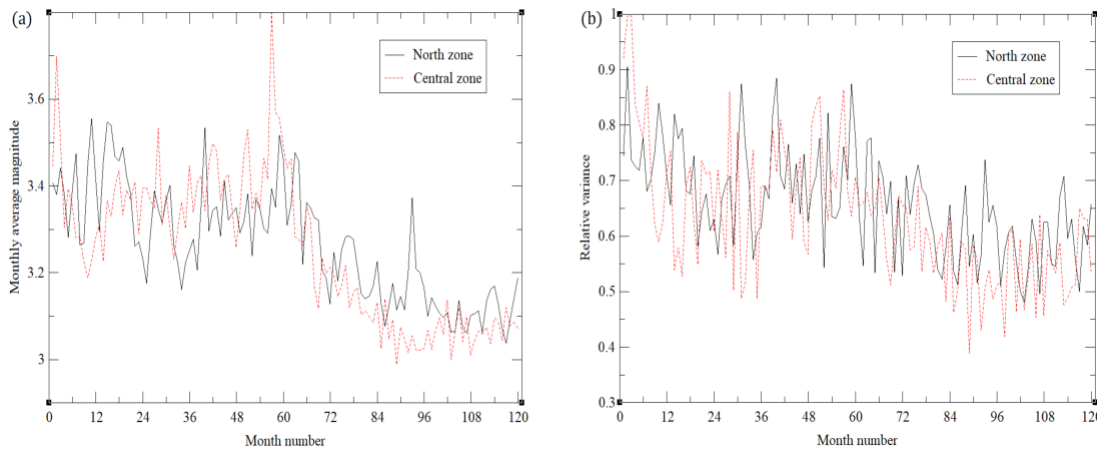


Fig. 4: Evolución (a) de la magnitud promedio mensual y (b) la varianza relativa obtenida sobre cada muestra mensual de datos, desde 2011 hasta 2020.

3. Observaciones finales

Los valores de la magnitud promedio mensual y de algunos parámetros de ajuste del modelo considerado, muestran que el comportamiento sísmico, tanto para la zona norte como para la central, sufre un cambio significativo luego del fuerte sismo de 8.4Mw ocurrido el 16 de septiembre de 2015. Se ha encontrado que δ , q^* y ω fluctúan aproximadamente dentro de diferentes intervalos durante los meses antes y después del evento de 8.4Mw, lo que también ocurre con la magnitud mensual promedio (esto se puede ver en las Fig. 2, 3, 4).

Encontramos que el parámetro ρ no solo fluctúa como lo hace el parámetro b_{SP} , sino que también su rango de variabilidad es consistente con lo que otros autores encontraron para b_{GR} (ver por ejemplo [8] y [9]). Por otro lado, se han revisado los intervalos mensuales [1-60] y [85-120], es decir, antes y después del evento de 8.4Mw, respectivamente. El parámetro ρ obtenido para el primer periodo en las zonas norte y centro es 0.74 y 0.75, respectivamente, pero ambos aumentan considerablemente en el periodo post evento, donde la actividad sísmica es menos intensa, siendo 0.85 y 0.91 para las zonas norte y central respectivamente. Lo anterior es consistente con otros trabajos, donde se han observado valores crecientes del parámetro b_{GR} después de una fuerte liberación de energía.

Después del terremoto de 8.4Mw, los valores de ajuste mensuales del parámetro de escala δ fluctúan entre valores ligeramente superiores a los observados antes de dicho evento, como se puede apreciar en la Fig. 2. A partir de esto, podríamos decir que $\delta=2$, propuesto en [3], parece ser más adecuado para caracterizar los datos observados durante períodos de fuerte liberación de energía que durante períodos de menor actividad.

Cabe destacar que, a pesar del comportamiento sísmico distinto entre los intervalos mensuales [1-60] y [85-120], los valores de q^* obtenidos tanto para la zona norte como para la central, solo muestran pequeñas diferencias entre ellos. Ajustes para los periodos pre y post terremoto 8,4Mw muestran que para los meses [1-60] $q^* = 1.78$ (norte) y $q^* = 1.75$ (centro). Para los meses [85-120], $q^* = 1.76$ (norte) y $q^* = 1.76$ (centro). En consonancia con lo que han destacado algunos autores, en cuanto a la posibilidad de universalidad.

En el caso de $\omega = 0$, sólo para $\delta = 1$ nos podemos referir a la temperatura tectónica mencionada en [5], pues de lo contrario la relación entre $\langle E \rangle$ y β no aplica. De hecho, tan solo para la zona norte se tiene que $0.6 \leq \rho < 1$ durante los 10 años considerados, lo que significa que $\langle E \rangle$ diverge en todos los casos, porque $\langle E \rangle = \frac{b}{\delta} \Gamma\left(\frac{1}{\delta}, \frac{\rho-1}{\delta}\right)$ para la Eq. (5), con $\Gamma(\cdot)$ la función gamma. Sin embargo, ω nos da pistas sobre el comportamiento de la distribución de energía en este caso (ver Fig. 4), al igual como lo hace la temperatura tectónica en la situación presentada en [5]. Si observamos el intervalo mensual [85-120], encontramos que la varianza relativa y la magnitud promedio mensual son mayores en la zona norte que en la zona central, y al mismo tiempo, ρ y δ son más bajos en la zona norte que en la zona central. Entonces, este resultado y los anteriores parecen sugerir que después del terremoto de Coquimbo de 8.4Mw, la actividad sísmica podría haber caído a un estado de mayor estabilidad, liberando más energía en la zona norte que en la central.

Referencias

- [1] E. Sánchez, Earthq Sci **35**, 186 (2022).
- [2] B. Gutenberg y C. F. Richter, Bull. Seism. Soc. Am. **34**, 185 (1944).
- [3] O. Sotolongo y A. Posadas, Phys Rev Lett. **92**, 048501 (2004).
- [4] C. Tsallis, J. Stat. Phys. **52**, 479 (1988).
- [5] I. G. Main, G. O'Brien y J. R. Henderson, J. Geophys. Res. **105**, 6105 (2000).
- [6] I. G. Main y P. W. Burton, Bull. Seismol. Soc. Am. **74**, 1409 (1984).
- [7] R. Silva, G.S. Franca, C.S. Vilar y J.S. Alcaniz, Phys. Rev. E **73**, 026102 (2006).
- [8] R. Olsson, Geodynamics **27**, 547 (1999).
- [9] H. Hussain H, Z. Shuangxi, M. Usman y M. Abid, Entropy **22**, 1016 (2020).