

Aproximantes Asintóticos-Potenciales Cuasiracionales para la Función de Dispersión de Plasma

Esthefano Morales^{1*}, Pablo Martin^{1†}

¹Departamento de Física, Universidad de Antofagasta, Antofagasta, Chile.

*Esthefano.morales.campana@uantof.cl, †pablo.martin.dejulian@uantof.cl

Introducción

En la teoría de ondas en plasmas de altas temperaturas aparece la función llamada Función de Dispersión de Plasma, $Z(\zeta)$. Esta función se origina con el tratamiento de Landau en 1946 sobre las ondas electrostáticas en plasmas. Dicha función ha sido tabulada por Fried y Conte [1] en 1961. A través de los años se han realizado distintos estudios sobre la Función de Dispersión de Plasma en donde se modifica con distintos tratamientos y también con el cálculo numérico computacional, que se requiere para obtener los valores de esta función. Dicha función se ha estudiado ampliamente en las distintas ramas de la física, la razón de esto es debido a que tiene una amplia gama de aplicaciones tanto teóricas como experimentales. En este estudio, se ha encontrado una función analítica aproximada para la Función de Dispersión de Plasma, el procedimiento que se sigue es encontrar una función puente que conecte las dos aproximaciones, tanto la expansión asintótica y la serie de potencias de Fried y Conte, utilizando el método Multi-Point Quasi-Rational Approximation (MPQA) [2].

Desarrollo

La función aproximada encontrada tiene la forma de la ecuación (1), donde $\zeta = x + iy$, x es el valor real que varía en el plano complejo, i es la unidad imaginaria y y varía entre 0, 1, -1 dependiendo del cuadrante del plano complejo que se encuentran los polos. Los parámetros p_k y q_n , donde $k = 0, \dots, 4$ y $n = 1, \dots, 5$, son encontrados a través del sistema de ecuaciones comparados con la expansión asintótica y la serie de potencias con la ecuación (1), excluyendo la exponencial.

$$Z^*(\zeta) = -2\zeta \frac{p_0 + p_1\zeta^2 + p_2\zeta^4 + p_3\zeta^6 + p_4\zeta^8}{1 + q_1\zeta^2 + q_2\zeta^4 + q_3\zeta^6 + q_4\zeta^8 + q_5\zeta^{10}} + \exp[-(x + iy)^2] \quad (1)$$

Se obtienen los resultados de la función aproximada y se comparan con la Función de Dispersión de Plasma exacta. En la siguiente figura (1) se muestra la curva de $Z(\zeta)$ y $Z^*(\zeta)$ para $y = 0$, con su respectivo error relativo.

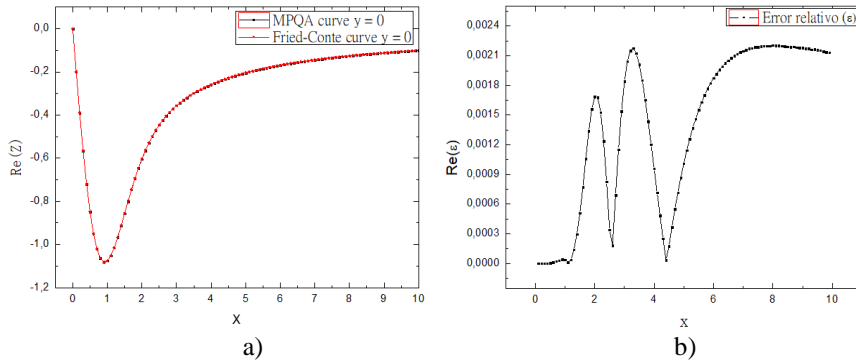


Figura 1. En la figura a) se muestra la parte real de la curva de la función de dispersión de plasma aproximada comparada con la función $Z(\zeta)$ exacta. En la figura b) se muestra el error relativo de ambas funciones, el error relativo máximo es de 0.0022, que es el 0.22%.

Agradecimientos: Esthefano Morales agradece por el apoyo financiero recibido de la Agencia Nacional de Investigación y Desarrollo (ANID) / Programa de Becas / Doctorado Becas Chile /2020-21200645.

Referencias

- [1] B. D. Fried and S. D. Conte, "The Plasma Dispersion Function, The Hilbert Transform of the Gaussian", (Academic Press, New York and London, 1961).
- [2] P. Martin and M. A. Gonzalez, "New Twopole Approximation for the Plasma Dispersion Function Z", Physics of Fluids, **22**, 1413, (1979).